

## 一様断面構造物振動のスマートセンシング

林 卓 郎\*

### Smart Vibration Sensing of the Structures with Uniform Cross-section

Takuro Hayashi

In recent years, the new vibration monitoring methods using distributed continuous sensors have been actively developed in the field of smart sensors and actuators. PVDF film sensors have been mainly used for such purposes because they are less expensive and easy to handle. A lot of techniques have been reported so far, but they are not available for the structures whose boundary conditions are unknown. The author propose the new approach using the PVDF films with the shape of appropriate Fourier series, which is applicable to the structure of arbitrary boundary conditions. Identification of the mode shape is simulated in the case of cantilever beam, which shows the availability of the proposed method. Furthermore, the experiment was carried out with the cantilever-like plate. The good agreements were obtained when compared with the calculated results.

#### 1. 緒言

近年、構造材料にセンサーやアクチュエータを組み込み、外乱による構造材料の変形や振動を検出したり、検出した情報から適応的に変形や騒音・振動の制御を行ったりする、いわゆる知的構造材料の研究が盛んになってきている。そして、組み込まれるセンサーは光ファイバー系またはP V D F (polyvinylidene fluoride polymer : ポリフッ化ビニリデン)フィルムや圧電セラミックスなどの圧電材料系<sup>1)</sup>が多く用いられ、構造材上にライン状または面状に分布させて用いられている。このうちP V D Fフィルムは安価で、任意の形状に切って構造材に貼り付けられるなど取り扱いが容易なため、従来から多くの研究がなされてきた<sup>2), 3), 4)</sup>。例えば、田中らは構造系の振動をモード展開した式を示した上、単純支持平板にsin関数形状にシェーピングしたPVDFフィルムセンサーを貼り付け、所定のモードの出力を取り出して騒音や振動の制御を行っている<sup>5)</sup>。しかし従来から行われてきた多くの方法では、PVDFフィルムセンサーの出力を制御入力とすることを目的としていることもあり、PVDFフィルムの形状を構造系の固有モード形状に一致させることに力点がおかれてきた。PVDFフィルムセンサーの出力はひずみの関数であり、単純

---

\* 機械工学科

支持梁や単純支持平板の場合はひずみモードと変位モードは同じ形となるから問題ないが、その他の境界条件ではひずみモードと変位モードは一致しない。そこで本研究では、PVDF フィルムセンサーを構造系の境界条件に適したフーリエ級数形状にシェーピングし、得られたフーリエ出力から振動変位分布を再合成することを検討した。ここで提案する方法は、一様断面構造の曲げ振動を対象としているが、固有振動モードを抽出するだけでなく原理的には任意の周波数での振動挙動や波のように振動が伝播する様子も観測できるものである。本手法を一端固定、他端自由の平板の固有振動に適用した結果を報告する。

## 2. PVDF フィルムセンサーの特性

PVDF は圧電性高分子材料の一種であり、一軸延伸 PVDF フィルムではフィルムをある方向に延伸し、結晶中の分子鎖軸を延伸方向に配向させる。そしてフィルムを電極間にはさみ、適当な温度で高電圧を加え、室温まで冷却すると厚さ方向に永久分極を生ずる。電極はフィルムの表と裏面にアルミやニッケルの膜をメッキまたは蒸着して形成する。PVDF フィルムを構造材に貼り付けると、構造材が変形したときにフィルムが引っ張りまたは圧縮を受け、厚さ方向にあらわれるポアソン比の効果などにより電荷を生ずる。この電圧を測定することで、構造材の歪などの測定に用いることが出来る。

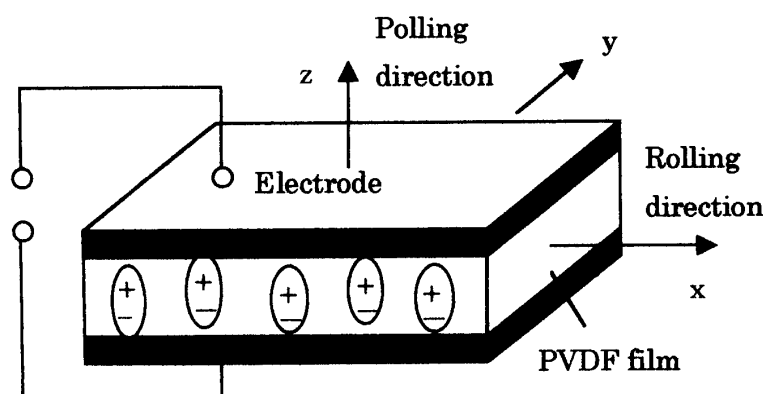


Fig.1 Illustration of PVDF film sensor

PVDF フィルムセンサーから取り出す電圧は、延伸方向を x 軸、フィルム面内で x 軸と直交する方向を y 軸、分極方向を z 軸にとると次のように表される。

$$v(t) \propto \int_{A_s} (e_{31}\epsilon_x + e_{32}\epsilon_y) dA \dots\dots(1)$$

ここで、 $A_s$  はフィルム面積、 $\epsilon_x$  は x 軸方向の歪、 $\epsilon_y$  は y 軸方向の歪であり、 $e_{31}$ 、 $e_{32}$  は x 軸方向及び y 軸方向の圧電定数<sup>1)</sup>である。この式からわかるように、PVDF フィルムセンサーの出力は歪に対応した量となる。PVDF フィルムセンサーを平板に貼り付けた場合で板の曲げ振動を考え、板の任意の位置(x, y)におけるたわみを  $w(x, y)$  とすると歪と曲げ変形の関係

$$\varepsilon_x = \frac{h}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = \frac{h}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \dots\dots(2)$$

から

$$v(t) = \Gamma_0 \int_{A_s} (e_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) dA_s \dots\dots(3)$$

と表せる<sup>5)</sup>。ただし、 $h$  は板厚で  $\Gamma_0$  は比例定数である。ここで PVDF フィルムセンサーが  $x$  軸方向に任意の形状  $\varphi(x)$  をしているとき、フィルムの  $y$  方向の幅が狭ければ  $y$  方向の歪はフィルムを貼り付けた面内でほぼ一定と近似できる。従って  $y$  方向の幅を  $0 \sim \varphi(x)$  とし、長さを  $L$  とすると出力電圧は  $dA_s = \varphi(x) dx$  より

$$v(t) = \Gamma_0 \int_0^L \int_0^{\varphi(x)} (e_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) dy dx \cong \Gamma_0 \int_0^L \varphi(x) \{e_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + e_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\} dx \dots\dots(4)$$

とあらわされる。式(4)からわかるように出力電圧は  $x$  軸方向だけでなく、 $y$  軸方向の歪の影響も受けるが、梁などで  $y$  軸方向の歪が無視できる場合や、板の場合でも

$$\int_0^L \varphi(x) e_{31} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \gg \int_0^L \varphi(x) e_{32} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dx \dots\dots(5)$$

となる範囲では

$$v(t) \cong \Gamma_0 e_{31} \int_0^L \varphi(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \dots\dots(6)$$

と近似できる。一軸延伸フィルムの場合、 $e_{31} \gg e_{32}$  で約 10 倍から数十倍の違いがあり、 $x$  軸方向の振動の波数に対して  $y$  軸方向の波数が小さい範囲ではこの近似が成り立つと考えられる。したがって一方向に長い構造物で、 $y$  方向の波数の小さい低次の基本的な振動を測定するのであれば、式(6)のように近似してもかまわない。

### 3. 計測原理

上述の PVDF フィルムセンサーを適当な形状関数  $\varphi(x)$  に形成し、梁や平板のような構造物の上に貼り付けて振動変形を観測することを考える。このような PVDF フィルムセンサーのシェーピングに関しては構造系の固有振動モード信号を取り出してそのモードを振動制御する目的で、多くの研究報告がなされている。最も多いのが、境界条件が単純支持の梁や板を扱った場合である<sup>6)</sup>。境界条件からたわみ変位と歪がともに同じ  $\sin$  関数であらわされるので、例えば  $x$  方向に関して取り出したいモードの  $\sin$  関数を用いれば、 $x$  方向にはそのモードの信号が取り出せる。一方、単純支持以外の境界条件では形状関数を決めるのが困難になる。梁の場合は固有モード関数が既知なので、それを  $x$  方向に二

階微分して形状関数を求めることが出来る<sup>7)</sup>。しかし板の場合は周辺支持の場合を除き一般には固有関数を解析的に求めることが出来ない。そこで本報告では、形状関数をフーリエ級数で構成することを考える。

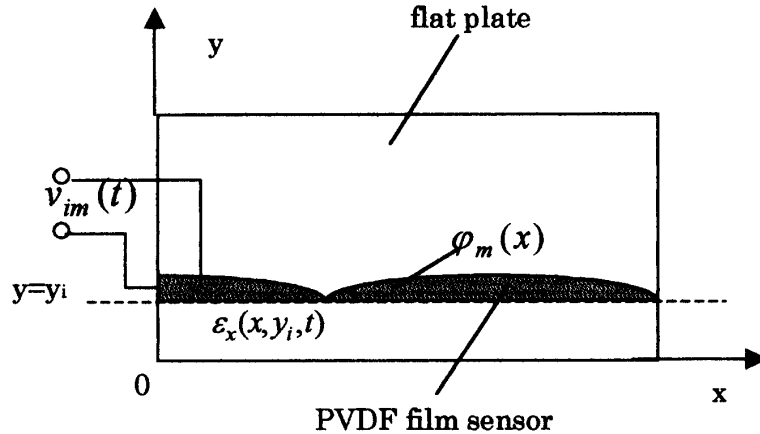


Fig.2 Sketch of PVDF film sensor which has the shape of  $\varphi_m(x)$  and is attached on the flat plate

いま、図 2 に示すような長方形の板上で  $y=y_i$  の線上の歪分布  $\varepsilon_x(x, y_i, t)$  を適当な直交関数列であらわしたとすると

$$\varepsilon_x(x, y_i, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_{im}(t) \varphi_m(x) \dots\dots (7)$$

とかける。ほぼこの線上とみなせる位置に複数の PVDF フィルムセンサー列 ( $m=1, 2, \dots$ ) を貼り付け、その形状を直交関数列  $\varphi_m(x)$  の形にしたとすると、各センサー出力は式(2)、(6)より

$$v_{im}(t) \cong \Gamma'_0 \int_A \varepsilon_x(x, y_i, t) \varphi_m(x) dA = a_{im}(t) \dots\dots (8)$$

となって、直交関数列の係数  $a_{im}(t)$  が得られる。ただし  $\Gamma'_0 = \frac{2e_{31}\Gamma_0}{h}$  は比例定数である。

$y=y_i$  の線上の  $x$  方向のたわみ分布  $w(x, y_i, t)$  は式(2)で歪を二回積分した次式から求められる。

$$w(x, y_i, t) \cong \frac{2}{h} \int \int [\varepsilon_x(x, y_i, t) dx] dx = \frac{2}{h} \left( \sum_{m=1}^{\infty} v_{im}(t) \int [\varphi_m(x) dx] dx + c_0 x + c_1 \right) \dots\dots (9)$$

ここで  $c_0, c_1$  は積分定数で、境界条件などによって決まる。平板上で場所を変えて、 $y=y_i$  の線に平行な位置に PVDF センサーを貼り付け、それぞれの線上でたわみ  $w(x, y_i, t)$  ( $i=1, 2, \dots$ ) を測定すれば、平板全体の振動を知ることが出来る。この直交関数  $\varphi_m(x)$  にフーリエ級数の  $\sin k_m x$  や  $\cos k_m x$  を用いると、上式の二回積分の部分は簡単に計算

できて、それぞれ  $-\left(\frac{1}{k_m}\right)^2 \sin k_m x$ ,  $-\left(\frac{1}{k_m}\right)^2 \cos k_m x$  となる。

#### 4. 平板における実験

一端固定、他端自由の平板に PVDF フィルムセンサーを取り付けて平板の固有モードを測定する場合を考える。x 方向、y 方向の歪  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  は曲げ剛性を  $D$ 、ポアソン比を  $\nu$  として

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{h}{2D(1-\nu^2)}(M_x - \nu M_y) \\ \varepsilon_y = \frac{h}{2D(1-\nu^2)}(M_y - \nu M_x) \end{cases} \quad \text{-----(10)}$$

となり、x 方向の自由端でモーメント  $M_x$  が零であっても、 $M_y$  が零でなければ歪  $\varepsilon_x$  は零にならない。このため、片持ち梁のときに用いた形状関数は厳密には境界条件を満たさないが、自由端での歪  $\varepsilon_x$  は固定端など他の場所に比べて小さいと考えられるので、片持ち梁のときの形状関数を用いる。実験に用いた平板は図 3 に示すようにアクリル製で 0.002m 厚、0.5m × 0.35m の大きさがあり、片持ち梁のように短辺を固定されている。PVDF フィルムは前述の片持ち梁の場合と同様の形状関数で  $\varphi_m(x)$  の 4 次のもので貼っている。図 3 には二次のものまで示しているが、板の裏側に三次と四次のフィルムを貼っており、全部で 16 枚貼っている。一枚の PVDF フィルムの幅は 0.02m で、厚さは 40  $\mu$  である。この平板にインパルスハンマーで図 3 に示す点に衝撃加振力を加え、16 個の出力を同時に測定した。

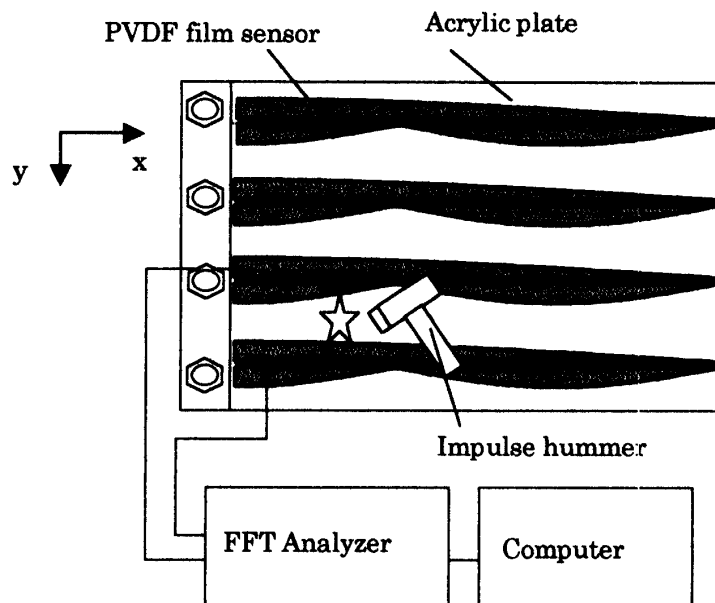


Fig.3 Experimental setup for sensing the vibration mode of cantilever-like flat plate by using PVDF film sensors

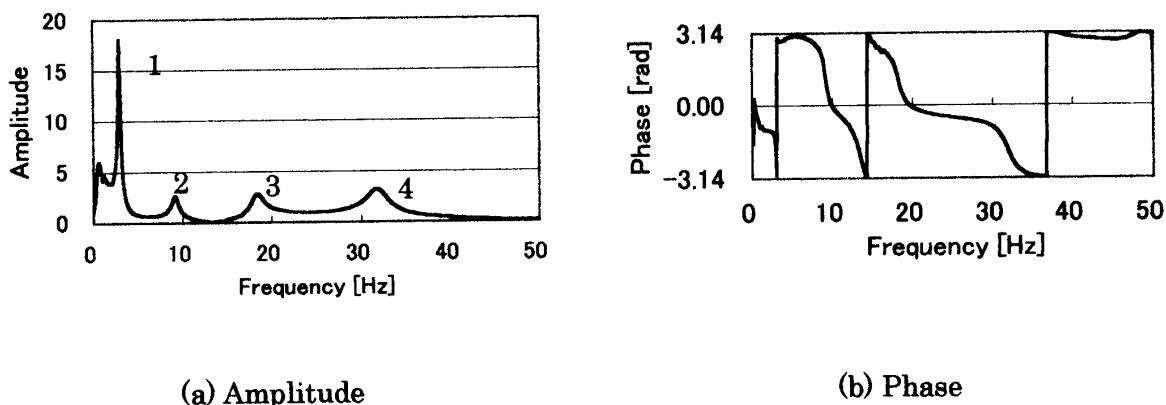
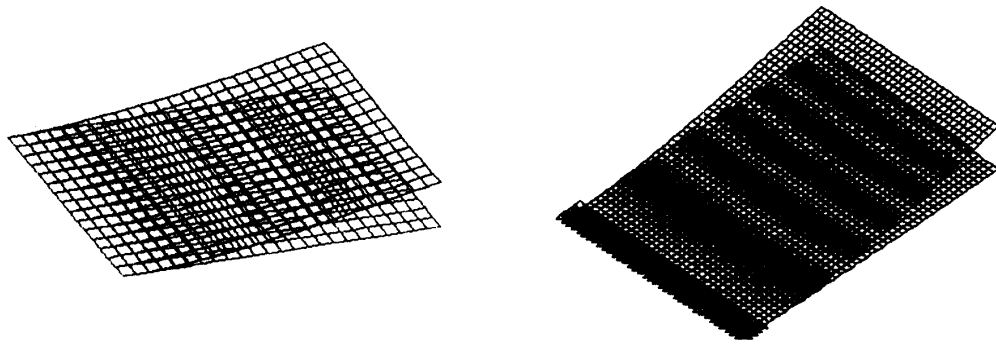


Fig.4 Frequency spectrum of the plate vibration measured by PVDF film sensor

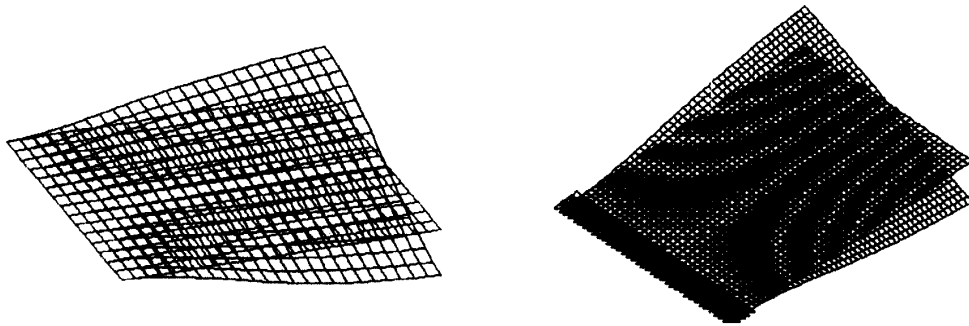
これは実験モード解析法と同様の原理で、固定した一点を加振し複数のセンサー出力の振幅と位相から固有振動モードを求めるためである。実験に使用した PVDF フィルムの圧電定数は、 $e_{31}=75$  (mC/m<sup>2</sup>)、 $e_{32}=6$  (mC/m<sup>2</sup>) で、 $e_{31} \gg e_{32}$  となっている。図 4 に PVDF フィルムセンサーの出力を FFT アナライザーで周波数分析した結果の一例（振幅と位相）を示す。周波数が高くなるとダンピングが大きくなり、共振ピークが明瞭でなくなるので、図 4(a) に示すように下から 4 つの固有振動数を選んだ。そして各固有振動数で一つのセンサー出力を基準にし、他のセンサー出力に対する振幅比と位相差を求めた。一つのライン上では 4 次の形状関数まで使ったことになる。これらの結果から 4 本のラインで時間的に変化する変位分布が求まる。ただし調和振動をしているとし、振幅と位相は実験で求めた値を与えた。そしてそれぞれのラインを格子状に結び節点の振幅と位相を与えることで平板の振動モードを表した。この計算には MATLAB を用いている。図 5～図 8 は一次～四次のモードのそれぞれについて、測定値の y 方向を見易さのためスプライン補間して図示したモード(a)と、実験に使用した平板を NASTRAN で固有値解析した固有モード(b)とを比較して示している。測定値、計算値とも比較のため静止状態の板と振動モードを重ね書きしている。また NASTRAN の計算では平板を 500×350 の要素に分割している。これらの図をみると実験結果が NASTRAN の計算結果とよく一致しており、振動モードのセンシングが良好に行われていることがわかる。なお NASTRAN の計算結果からもわかるように、四次までの固有振動モードで y 方向の変形は並進又は傾きが支配的であり、x 方向に比べて波数は低いので式(6)で述べた計測原理に当てはまることわかる。



(a) Experiment (3Hz)

(b) Calculated (3.2Hz)

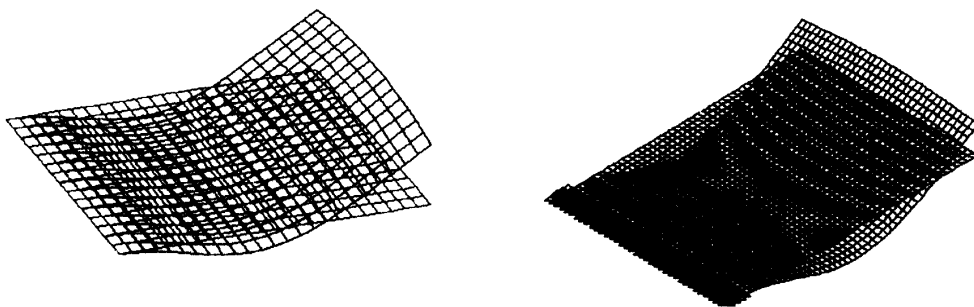
Fig.5 Comparison of the mode shape between experiment and calculation; first mode



(a) Experiment (9.5Hz)

(b) Calculated (9.8Hz)

Fig.6 Comparison of the mode shape between experiment and calculation; second mode



(a) Experiment (18.5Hz)

(b) Calculated (20Hz)

Fig.7 Comparison of the mode shape between experiment and calculation; third mode

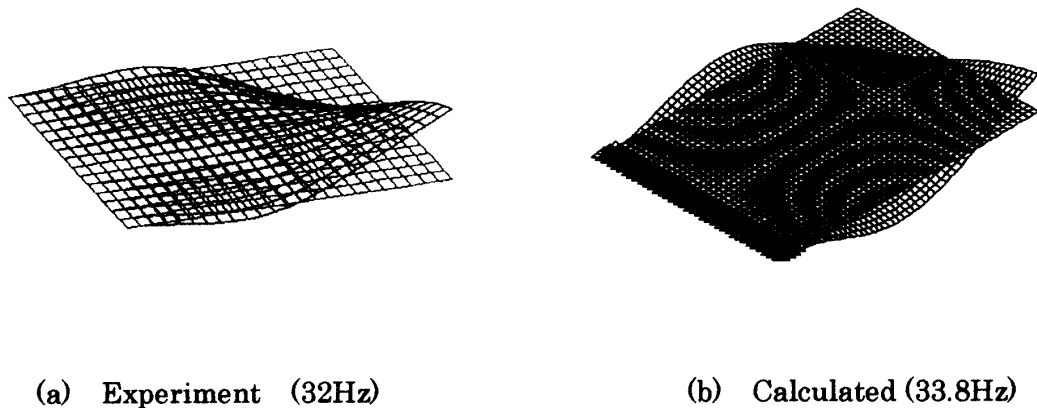


Fig.8 Comparison of the mode shape between experiment and calculation; forth mode

## 5. 結言

分布系のセンサーである PVDF フィルムセンサーをフーリエ級数形状にして構造物に貼り付け,それらの出力を合成して構造物の振動変位分布を計測する方法を提案した。そして実験により平板の振動分布を良好に測定できることを示した。本報告では固有振動モードの測定結果を示したが,本手法は過渡的な振動現象の観測にも用いることができ、応用範囲が広いものと思われる。

## 参考文献

- (1)電子材料ハンドブック、朝倉書店(1970)pp.432-438
- (2)Tzou,H. Integrated distributed sensing and active vibration suppression of flexible manipulators using distributed piezoelectronics, J of Robotic Systems, vol.6,No.6, (1989)pp745-767
- (3) C.K.Lee, Theory of Laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/actuators Part 1, J of Acoustic Soc. Am. Vol.87, No.3(1990) pp1144-1158
- (4) Bruke, S. and Hubbard, J., Spatial filtering concepts in distributed parameter control, J of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.112 (1990),pp565-573
- (5)田中、菊島、黒田 機械学会論文集 (C) ,vol.61,No.590,(1995-10)pp119-126
- (6) 谷口修、改訂振動工学,コロナ社 (1968) pp160
- (7)林、内田、長安、高橋、中村、機械学会論文集(C)、 vol.67,No.660(2001-8),pp171-177

(平成13年11月16日受理)