ローマー型内生的成長モデルでの政府支出のファイナンスについて

河　野　　　洋

Ⅰ．はじめに

近年、内生的成長モデルを用いた貨幣政策及びインフレーションの影響に関する研究が盛んに行われている。しかしながら、貨幣政策と密接な関係を持つ政府支出のファイナンス方法の違いが、内生的成長モデルでの成長率等に及ぼす影響については、十分な研究がされているとは思われない。その中で Palivos & Yip(1995)は、流動性制約を通じて貨幣が導入される家計の最適化モデルを用いて、政府予算の二つのファイナンス方法に関する研究を進めた。特に、政府支出は所得税と貨幣発行によってファイナンスされるという設定の下で、成長率、インフレ率そして厚生水準に関する各ファイナンス方法の相対的優位性について検討した。しかしながら、彼らが依拠した内生的成長を生み出す生産関数はＡＫ型であり、この様な設定では、総労働力の増大がもたらす効果等を検討することは不可能である。そこで本稿では Romer (1986) に従い、知識のスピルオーバー等を認めた生産関数から生じる内生的成長モデルを用いて、総労働力の上昇の影響を検討した。そして、総労働力の拡大が所得税や貨幣発行という各ファイナンス方法の下での成長率を上昇させるだけでなく、それらの成長率間の格差を拡大させることをそのメカニズムと共に明らかにした。

Ⅱ．モデル

代表的家計は非弾力的な労働供給から所得を得て、それに基づいて消

費活動を行い効用を得る。その際の瞬時の効用関数uは、異時点間の代替の弾力性$(1/\sigma)$が一定の次のような型をとるとする。

$$u(c)=(c^{1-\sigma}-1)/(1-\sigma) \quad \text{------------------------} \quad (1)$$

ここでcは１人当たりの消費、σは限界効用の消費弾力性である。家計はこの瞬時効用関数に基づく次のような総効用Uを最大化しようとする。ρは割引率である。

$$U=\int_0^\infty u[c(t)]e^{-\rho t}dt \quad \text{------------------------} \quad (2)$$

代表的な第i企業は労働増大的技術を持ち、その生産関数は一般に次のように表される[1)]。

$$Y_i=F(K_i,A_iL_i) \quad \text{------------------------} \quad (3)$$

ここでY_iは生産量、K_iはこの企業の保有する資本量、A_iはこの企業が利用可能な知識量の指標、L_iは第i企業が雇用する単純労働力である。よってA_iL_iは有効労働力である。関数FはＣＲＳの特性を持ち、各投入要素の限界生産力は正で逓減的であるとする。また経済全体の総労働力はLで一定とする。この生産関数が内生的成長をもたらす際の最も重要な仮定は、各企業の投資活動を通じて学習効果が働き、よって各企業の資本ストックK_iの増加はその企業の知識ストックの増加をもたらし、さらにその様にして各企業が獲得した知識は、公共財として全経済に瞬時に広がるというものである。この様な仮定により、（３）式のA_iを経済全体での資本ストック量Kで置き換えることができ、よって代表的な第i企業の生産

１）生産関数に関する以下の展開は、Romer（1986）を解説したBarro（1995）の第４章4.3節に従った。

関数は次の通りとなる。

$$Y_i = F(K_i, KL_i) \quad \text{-------------------------} \quad (4)$$

本稿では、この型の生産関数を具体的にコブ・ダグラス型と仮定して、代表的な第i企業の生産関数を次のように仮定する。

$$Y_i = A(K_i)^{\alpha}(KL_i)^{1-\alpha} \qquad 0<\alpha<1 \quad \text{---------------} \quad (5)$$

（5）式の両辺をL_iで割り、代表的企業の仮定と均衡状態の想定により、$(Y_i/L_i) \equiv y_i = y \equiv (Y/L)$、$(K_i/L_i) \equiv k_i = k \equiv (K/L)$と設定できるので、次のような労働者１人当たりの生産関数が得られる。

$$y = AkL^{(1-\alpha)} \quad \text{-------------------------} \quad (6)$$

これより、資本の社会的な平均・限界生産物は、総労働力Lを与件として一定で逓減せず、よってこれが内生的成長をもたらすことになる。

家計の予算制約は、生産活動への従事によって得られた賃金所得から税率τの所得税を支払った後に、それを消費、投資、実質貨幣保有、そして実質貨幣保有量の減価分に配分するということであるから、次のように表される。ただし$m(t)$は１人当たりの貨幣保有量、$\pi(t)$はインフレ率であり、資本の減耗は無視する。

$$c(t)+\dot{k}(t)+\dot{m}(t)=(1-\tau)AkL^{(1-\alpha)}-\pi(t)m(t) \quad \text{----------} \quad (7)$$

さらに家計は、消費財購入を行う際には事前の貨幣保有が必要になると仮定して、次のような流動性制約式を設定する。ただしモデルを単純化させ、総労働力Lの変化の影響に焦点を当てるために、投資財購入は流動

性制約下にないとする。

$$c(t) \leqq m(t) \quad \text{-------------------------} \quad (8)$$

以上より家計の最適化問題は、（7），（8）の制約式の下で（2）式を最大化することである[2)]。このため、次のような current value のラグランジェ関数を設定する。

$$L=(c^{1-\sigma}-1)/(1-\sigma)+\lambda_1[(1-\tau)AkL^{(1-\alpha)}-\pi(t)m(t)-c(t)-z(t)]$$
$$+\lambda_2[m(t)-c(t)]+\lambda_3[z(t)] \quad \text{--------------} \quad (9)$$

ここでλ_1は貨幣蓄積に対する共役変数、λ_2は流動性制約にかかるクーンタッカー乗数、λ_3はスラック変数$z(t) \equiv \dot{k}(t)$に対する共役変数である。このラグランジェ関数での最適化により、以下の式が得られる。

$$(\partial L/\partial c)=c^{-\sigma}-\lambda_1-\lambda_2=0 \quad \text{--------------------} \quad (10)$$

$$(\partial L/\partial z)=-\lambda_1+\lambda_3=0 \quad \text{----------------------} \quad (11)$$

$\dot{\lambda}_1=-(\partial L/\partial m)+\rho\lambda_1$　より、

$$\dot{\lambda}_1=\rho\lambda_1+\lambda_1\pi-\lambda_2 \quad \text{-------------------------} \quad (12)$$

$\dot{\lambda}_3=-(\partial L/\partial k)+\rho\lambda_3$　より、

2）ただしこの家計の最適化問題では、（6）式の生産関数を用いていることに注意しなくてはならない。即ち家計は、先に述べた学習効果と知識のスピルオーバー効果が経済内の全企業の生産性に寄与しているという認識をもって、最適化を行っている。よってこの場合は、社会的計画当局の問題と同じである。

$$\dot{\lambda}_3 = \rho\lambda_3 - \lambda_1(1-\tau)AL^{(1-\alpha)} \quad \text{-------------------} \quad (13)$$

$$\lambda_2 \geqq 0、\quad (m-c) \geqq 0、\quad \lambda_2(m-c) = 0 \quad \text{-------------} \quad (14)$$

これらの式に民間予算制約式と横断性条件を加えると、均衡解の時間経路が決定される。その定常状態ではλ_1は一定値をとるので、(12)式より(λ_2/λ_1)も一定値となり、(10)式を時間によって対数微分した式にこの(λ_2/λ_1)の一定性を適用すると、次の (15) 式が得られる。

$$(\dot{\lambda}_1/\lambda_1) = -\sigma\theta \quad \text{--------------------------} \quad (15)$$

そこでこの (15) 式に、(11), (13) 式を適用すると、

$$(\rho+\sigma\theta) = (1-\tau)AL^{(1-\alpha)} \quad \text{---------------------} \quad (16)$$

が得られる。この (16) 式の左辺は、家計が異時点間を通じて消費プロフィールを選択する際の基準であり、消費を１単位増加する場合に要求する限界収益率である。右辺は所得税支払い後の投資の収益率であり、これは消費を１単位増加させる場合の機会費用となる。よって (16) 式は通常のケインズ・ラムゼイルールを表している。

政府はその支出gを、所得税の徴収か貨幣発行によってファイナンスすると仮定する。よって貨幣成長率をμとすると、政府の予算制約式は次のようになる。

$$g(t) = \tau y(t) + \mu m(t)$$

以上の様な設定の下で、政府がそのファイナンス方法を所得税のみに限定するケースと、貨幣発行のみに限定するケースに関して比較検討し

てみる。まず政府が、その支出を所得税のみによってファイナンスするならば、$\mu=0$よりその予算制約式は$g(t)=\tau y(t)$となり、よって１人当たりＧＮＰに占める政府の比率νは、$\nu\equiv g(t)/y(t)=\tau$となる。これより先の（16）式は、

$$(\rho+\sigma\theta)=(1-\nu)AL^{(1-\alpha)} \quad \text{-----------------------} \quad (17)$$

となり、この（17）式より所得税のみによるファイナンスでの成長率θ_Tが次の様に得られる。

$$\theta_T=\{(1-\nu)AL^{(1-\alpha)}-\rho\}/\sigma \quad \text{-----------------------} \quad (18)$$

また（18）式より、ＧＮＰに対する政府の相対的規模が成長率に及ぼす効果は次のようになる。

$$d\theta_T/d\nu=-AL^{(1-\alpha)}/\sigma<0$$

$$\text{--------------------} \quad (19)$$

$$d\theta_T^2/d\nu^2=0$$

これらの式によって表されるθ_Tとνの関係は[3]、図１に表されているが、その経済的含意は次の通りである。即ち、総労働力Lが大きいほど知識ストックの増加分はより大きくなり、そしてまた知識のスピルオーバーの範囲が広がる。これによって経済全体での資本の平均・限界生産性が上昇するために、成長率θ_Tに対して正の効果を及ぼす[4]。つまり同じνの値であってもLが大きいほどθ_Tはより高くなる。このことは(19)式で示されている通りであるが、図１に基づいてより明確にしておこう。ただし

3）この関係と後述するθ_Mとνの関係は、基本的に Palivos & Yip(1995)と同じである。
4）これはスケール効果と呼ばれる。Barro（1995）の第４章4.3節を参照のこと。

L_0を相対的に低い総労働力、L_1を相対的に高い総労働力とする。この場合、$\nu=\nu_1$で$L=L_0$の時の成長率$\theta^0{}_T$は、図１．ａより、

$$\theta^0{}_T=J_0-(A\,L_0{}^{(1-\alpha)}/\sigma)(\nu_1-\nu_0),\ J_0\equiv(A\,L_0{}^{(1-\alpha)}-\rho)/\sigma \qquad \text{-------} \quad (20)$$

であり、$\nu=\nu_1$で$L=L_1$の時の成長率$\theta^1{}_T$は、図１．ｂより、

$$\theta^1{}_T=J_1-(A\,L_1{}^{(1-\alpha)}/\sigma)(\nu_1-\nu_0),\ J_1\equiv(A\,L_1{}^{(1-\alpha)}-\rho)/\sigma \qquad \text{-------} \quad (21)$$

である。これより、

$$(\theta^1{}_T-\theta^0{}_T)=(A/\sigma)\{L_1{}^{(1-\alpha)}-L_0{}^{(1-\alpha)}\}\{1-(\nu_1-\nu_0)\}>0 \qquad \text{-------} \quad (22)$$

となって、図１で表されているように、同じ政府規模の場合、総労働力Lの増大はθ_Tを上昇させる。またこのケースでは、政府の相対的規模は所得税率で表されるので、政府規模が拡大すると資本の社会的な平均・限界生産性を税率分だけ低下させ、よって成長率θ_Tに対して負の効果を及ぼす。そしてこの負の効果は、図１で$H_1>H_0$と表されているように、総労働力Lが大きいほど強まる。これは総労働力Lが大きいほど、経済全体としてより多くの所得税を徴収されるからである。しかしながら、総労働力Lの増大による成長率に対するスケール効果は、先に述べたように、全体として正の影響をもたらす。なぜなら資本の限界生産性を上昇させる正の効果が、より多くの税金を徴収されるという負の効果を上回るためである。

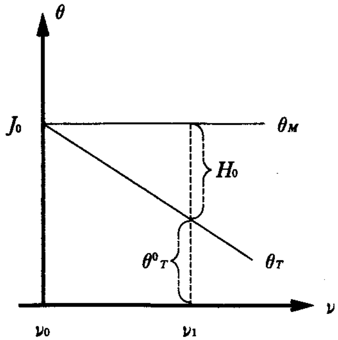

図1．a（Lが低い時）

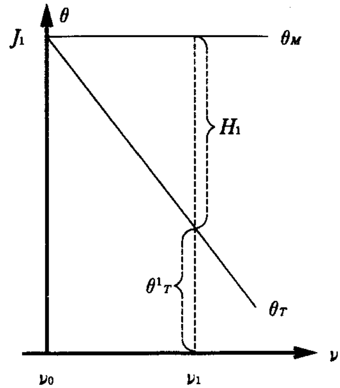

図1．b（Lが高い時）

一方、政府がその支出を貨幣発行のみでファイナンスするならば、先の（16）式では$\tau=0$となり、これより貨幣発行のみによるファイナンスでの成長率θ_Mが、次のように得られる。

$$\theta_M=(AL^{(1-\alpha)}-\rho)/\sigma \qquad (23)$$

$$d\theta_M/d\nu=0 \qquad (24)$$

これらの式で表されたθ_Mとνの関係も図1に示されている。図1で明らかな通り、θ_Mはνと何ら関係を持たない。これは政府支出のファイナンスが発行費用のかからない貨幣のみでなされ、そのため政府規模の拡大があっても、資本の社会的な平均・限界生産性は全く損なわれないからである[5]。また、総労働力Lが成長率θ_Mに及ぼす効果はプラスである。これは

5）実際には、政府の貨幣発行によるインフレーションによって、家計の実質貨幣保有量は減価してしまう。しかしながら、我々は流動性制約が消費のみにかかると仮定しているので、このインフレーションは実質消費量に対してちょうど相殺しあう正と負の効果を持ち、これ故に、貨幣発行によるインフレーションの効果は、見かけ上は存在しない。Stockman（1981）を参照のこと。

資本の限界生産性を上昇させる効果のみが存在して、より多くの所得税を徴収されるという負の効果がないためである。

以上の様な理由により、貨幣発行のみによるファイナンスでの成長率θ_Mと所得税のみによるファイナンスでの成長率θ_Tの格差、

$$(\theta_M - \theta_T) = \nu A L^{(1-\alpha)}/\sigma \geqq 0 \quad \text{-------------------} \quad (25)$$

は、政府の相対的規模νと共に拡大するだけでなく、総労働力Lが上昇する場合にも拡大することが明らかにされた。

Ⅲ. 結び

本稿では、政府支出をファイナンスする二つの方法の下での各成長率に対し、総労働力の増大がいかなる影響をもたらすかを検討した。我々が仮定したRomer型の生産関数より、総労働力の増大が成長率を高めることは予想されたことであったが、異なるファイナンス方法の下での成長率の格差も、総労働力の増大によって拡大することが明らかにされた。

参考文献

Barro & Sala-i-Martin (1995)「Economic Growth」ch 4, sec 4.3

Palivos & Yip (1995)「Government Expenditure Financing in an EndogenousGrowth Model: A Comparison」 Journal of Money, Credit, and Banking, vol 27, No 4, 1995

Romer (1986)「Increasing Returns and Long-Run Growth」 Journal of Political Economy 94, October

Stockman (1981)「Anticipated Inflation and The Capital Stock in a Cash-in-advance Economy」 Journal of Monetary Economics 8