流動性リスクと金融市場

河　野　　　洋

流動性リスクが存在する環境の下での金融証券の均衡取引価格を、貯蔵技術、長期投資技術の流動化、そして債券の需要・供給等に対する消費者の総合的な最適化視点に基づいて導出した。

キーワード：流動性リスク、非流動的投資、長期投資の流動化、効率的投資量
均衡債券価格

目次

1　はじめに

Diamond&Dybig（1983）は、消費タイミングの不確実性という流動性リスクが存在する場合に、預金者同士の連携によって形成された銀行が流動性のプールとして機能することによって、消費者のリスクを軽減させ効率的配分をもたらすという銀行モデルを構築した。即ち、まず家計の流動性リスクが私的情報の場合には個人間での取引が全く発生しない状況を示し、リスクの発生が公的情報になる場合には、自由に売買される債券の存在によってパレート改善的状況が得られるが、その様な市場均衡解は一般的にはパレート効率性条件を達成するものではないことを明らかにした。そして債券の存在に代替するものとしての銀行預金契約の提供が、パレート効率性をもたらし得るが、その副産物として銀行取付が発生する可能性をも明らかにした。そしてまた預金保険制度の存在や一定額以上の預金支払いを停止するという銀行側からの宣言が、銀行取付の可能性を排除する上で極めて有効であることを主

張した。彼らのモデルは銀行理論の新しいフレームワークを作ったという点で画期的であり、以後、広く受け入れられ多方面にわたってモデルの拡充がなされ、欧米においては今や必修のモデルとして位置づけられているようである。そしてその理論モデルの解説は、Freixas &Rochet（2008）等によって代表される様に、自給自足経済解に対する金融市場解のパレート優越性とパレート効率性の一般的不成立、そして次に銀行預金制度の導入によるパレート効率性の一般的達成と銀行取付を含む複数均衡の可能性という順になっている。しかしながらそこにおいては、金融市場解を明らかにする過程での均衡債券価格の決定に関して、非常に簡略な考察しかなされている様に思われる。そこで本稿においては、流動性の必要性が明らかになった時点での消費者の最適化の視点に基づいて、長期投資技術の流動化や債券に対する需要・供給行動等の消費者の反応を明らかにしながら債券市場の均衡を分析することで、均衡債券価格を導出することとする。

本稿の構成は次の通りである。第２節ではモデルの基本構造を示して、流動性リスクがない場合とある場合の状況を詳説する。第３節では債券取引の可能性がある場合での消費者の行動を示し、それに基づいて均衡債券価格を導出する。第４節はまとめである。

２　流動性リスクと自給自足経済

2-1　環境設定

各消費者は０期、１期、２期と３期間を通じて生き、最初の０期で１単位の財を与えられると仮定する。各消費者の消費選好パターンについては、０期時点では不確定であるが、１期になると明らかになるとする。即ちそれは、１期消費量C_1のみに関心があり２期消費量C_2に無関心である（タイプ１）か、２期消費量C_2のみに関心があり１期消費量C_1に無関心である（タイプ２）のどちらかである。

経済内には「長期投資技術」と「貯蔵技術」が与えられているとする。長期投資技術は、０期で財１単位を長期投資することによって２期に収益R＞1をもたらすが、もし１期でその長期投資を中断して流動化すると、１期では0＜L＜1の低収益しかもたらさないという性質を持つ。この意味において長期投資技術は非流動的投資技術である。この長期投資への決定は０期のみでなされ１期では不可能と仮定されているが、仮に可能であっても上記の技術特性によって１期におけるその実行は不毛である。一方、貯蔵技術では、０期から１期へ、あるいは１期から２期へと財１単位を貯蔵することができるが、その数量には増減がないという技術特性を持つ。またこの２節全体を通じて、消費者間での取引が全く存在しない「自給自足経済」を仮定する。

以上の様な消費選好パターンと利用可能な各技術の仮定の下で、各消費者は０期に与えられた１単位の財の内、どれだけを長期投資量Gに向け、どれだけを貯蔵（1－G）に向けるか

の意思決定を０期に行わなくてはならない。既に述べた様に０期ではまだ消費選好に関する不確実性が存在するので、この意思決定は不確実性下の意志決定問題であり、よって財１単位を全て長期投資に向けることや全て貯蔵に向けることは考えられないであろう。しかしながら次節においては、予備的考察として、与えられた１単位の財全てをどちらか一方に振り向けるという極端な場合について検討してみる。この予備的考察によって、各タイプの消費者にとっての事後的な最適行動と事後的な効率的投資量等が明示されることになる。

2-2　予備的考察：G=0 or 1のケース

まず第１に､自分が将来タイプ２になるであろうと強く確信しているケースを考えてみる。この場合には、与えられた１単位の財全てを長期投資に向けてG=1と設定するであろう。なぜならタイプ２とは、２期での消費量のみに関心を持ち１期での消費は不必要と考える消費者であり、そしてその２期消費量を最大のC_2=RにできるのがG=1という選択であるからである。仮に間違ってG=0と設定した時の２期消費量は、０期から１期にかけて貯蔵した財１単位を再貯蔵することによってC_2=1とすることができるが、R＞1の仮定よりこれは明らかにG=1の選択の時より少ない２期消費量である。そしてタイプ２であろうという当初の強い確信が予想通りであった場合には、消費者は１期で何をするであろうか。明らかに長期投資を継続して、２期消費量C_2=R＞1を確保しようとするであろう。なぜならもし長期投資を中断すれば、２期消費量はC_2=L＜1となってしまうからである。

しかしもしこの様な確信が裏切られ、１期においてタイプ１であると判明した場合には、消費者はどの様な対応をとるであろうか。彼は今や１期消費のみを最大化しなくてはならないので、彼にとって対応できる唯一の手段は、G=1の長期投資を中断することである。なぜならもしこの長期投資を中断するならば、１期消費量をC_1=L＜1とすることができるが、中断しない場合にはC_1=0という結果になってしまうからである。タイプ１の消費者は１期消費量のみにしか関心を持たないのであるから、１期消費が全く確保できないというこの最悪の結果を避けるために、長期投資を中断するのである。長期投資を中断しないことで得られるC_2=Rの成果は、タイプ１となった消費者にとって何の効用ももたらさないのである。もちろん最初からタイプ１となることが確実であれば、彼にとってはC_1=1となることがベストであり、そしてそうなる為には０期においてG=0と設定するであろう。従ってG=0がタイプ１にとっての事後的な効率的投資量である。しかしこうなることができず上記の様にC_1=L＜1という結果となった理由は明らかに、タイプ２であろうという当初の確信が裏切られた為である。C_1=1を獲得できないという点ではベストな結果ではないが、長期投資の中断という選択をすることで、最悪のC_1=0という結果を回避しC_1=L＜1の結果を得ることができたのである。

次に自分が将来タイプ１になるであろうと強く確信しているケースを考えてみる。この場合には、全ての財を貯蔵する為にG=0と設定して、C_1=1を想定するであろう。なぜならタイプ１の消費者は、１期消費量の最大化のみに関心を持ち２期消費を不必要と考えるからである。０期で間違ってG=1を設定した場合には、１期で長期投資を中断することでC_1=L＜1とすることができるが、これは明らかにG=0の選択の場合よりも低い１期消費量をもたらすであろう。そして１期になってタイプ１と判明して当初の確信が間違いでなかった場合には、予定通りC_1＝1となり最高の結果となる。もちろんC_2＝0となるが、タイプ１となった消費者にとっては、２期消費量が０であることには無関心である。

しかしもし、１期になってタイプ２と判明して当初の確信が裏切られた場合には、１期では長期投資技術は利用できないので、貯蔵した１単位の財を２期まで再貯蔵してC_2=1という結果を得るしかない。タイプ２であるなら最も希望するであろうC_2=R＞1を獲得できないが、これはタイプ１であろうから長期投資は必要ないという当初の強い確信が裏切られたことによって生じたコストである。最初からタイプ２となることが確実であれば、その為に消費者は０期においてG=1と設定するのである。つまりG=1がタイプ２にとっての事後的な効率的投資量である。タイプ２にとって最も望ましいC_2=Rという結果を獲得できないという点ではベストな結果ではないが、再貯蔵を実行することで、最悪のC_2=0という結果を回避してC_2=1の結果を得ることができたのである。

2-3　不確実性がある場合：0＜G＜1のケース

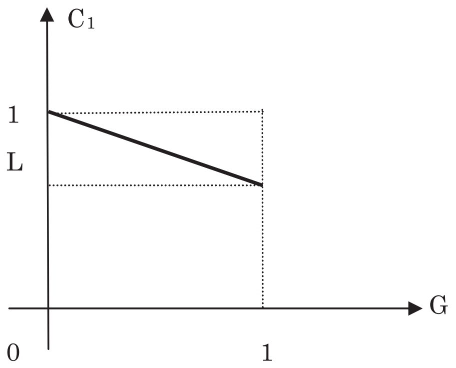
前節においては、消費者が将来の自分の消費タイプについて強い確信を持ち、この為に０期においてG=0やG=1という極端な値を選択する場合について考察した。しかしながら一般的には、１期になるまで自分の消費選好パターンが判明しないという不確実性故に、消費者は０期において0＜G＜1の様な長期投資水準を選択するであろう。以下においては、この様な長期投資水準の選択後に１期になって自分のタイプが判明した時に、消費者はいかなる行動をとりそれによってどの様な消費結果となるかを詳細に検討する。

まず１期においてタイプ１と判明した時には、長期投資水準Gを中断するであろう。なぜならその中断によって長期投資の収益率はLに低下するが、中断しなかった場合の１期消費量C_1=（1－G）を上回る次の様な１期消費量を獲得できるからである。

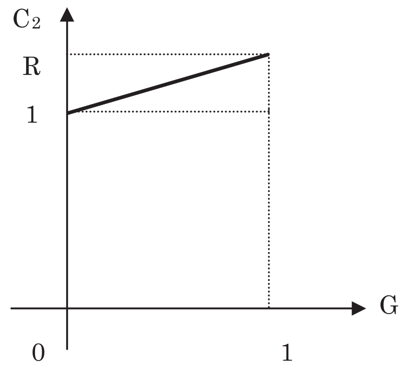
$$C_1=(1-G)+LG=(L-1)G+1 \quad , 0<L<1 \qquad \text{-------------} \ (2\text{-}1)$$

長期投資を中断しない場合には２期にRGの成果が得られるが、今やタイプ１となった消費者には、その様にして達成される２期消費量C_2=RGは何の効用ももたらさない。この為

に先に論じた様に長期投資を中断するのである。(2-1)式より、長期投資を中断する場合での任意のG水準で達成可能な１期消費量のグラフは、縦軸切片１と負の傾き（L－1）を持つ右下がり線分となり、図2-1の様に描かれる[1]。Gは0＜G＜1の水準をとるであろうから、この消費者が事前の最適化によって選択する最適消費点は、この右下がり線分上の端点を除くどこかに位置するであろう。事後的な観点からは、タイプ１の消費者にとってベストなC_1=1をもたらし得るG＝0が効率的投資量であるが、消費選好タイプに関する不確実性の為に、この様な効率的投資量は選択されないのである。



〈図2-1〉



〈図2-2〉

次に、１期においてタイプ２と判明した場合には、消費者は今や１期の消費には価値を認めず２期消費量のみの最大化を追求するので、長期投資を継続すると同時に、０期で貯蔵した（1－G）単位の財を再び１期から２期にかけて再貯蔵することになる。この（1－G）単位の財を１期で長期投資に向けることは技術的に認められていないし、また認められるとしてもそれは不毛である。以上の行動によって可能となる２期消費量は次の通りとなる。

C_2=(1－G)＋RG=(R－1)G＋1　　、R＞1　　-------------- (2-2)

この２期消費可能量のグラフは、図2-2で示される様に縦軸切片１と正の傾き（R－1）を持つ右上がり線分であるが、0＜G＜1の仮定により、この右上がり線分上の端点を除くどこかの点が事前的最適点となっている。事後的な観点からは、タイプ２にとってベストなC_2=Rを獲得できるG＝1が効率的投資量であるが、消費選好タイプが事前に判らないという不確実性の為に、この様な効率的投資量は選択されていないのである。

１）図2-1、図2-2で描かれている線分は、0＜G＜1より端点を取り得ない。

以上の考察から、タイプ1となる確率をπ_1、タイプ2となる確率をπ_2、そして$(\pi_1+\pi_2)=1$とすると、この自給自足経済における消費者の期待効用に関する事前的最大化問題は、次の様に表すことができる。

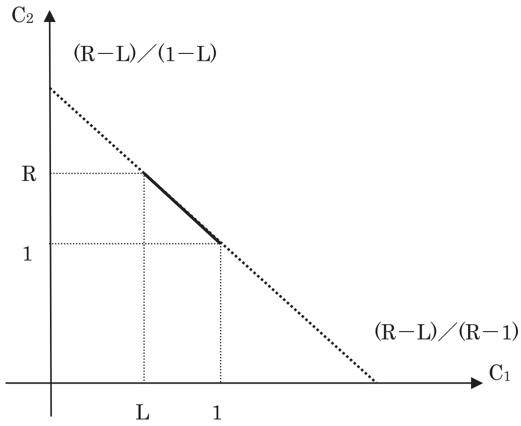
$$\mathrm{Max}: U=\pi_1 u(C_1)+\pi_2 u(C_2)$$
$$\text{s.t.}\quad C_1=(1-G)+LG \qquad C_2=(1-G)+RG \qquad \text{-------------- (2-3)}$$

あるいは上記の2本の制約式を統合した制約式は次の様になる。

$$C_2=-\{(R-1)／(1-L)\}C_1+(R-L)／(1-L) \qquad \text{-------------- (2-4)}$$

この統合された制約式は図2-3の様に描くことができ、その傾きは明らかに負であるが、その絶対値が1より大か少かは不明である。しかし相対的にRとLが共にかなり高い場合には、傾きの絶対値は1より大となり、統合された制約線の傾きはきつくなる。また先の図2-1、2-2で検討した様に、消費パターンでの不確実性がある場合には、各期の消費量はそれぞれ$L<C_1<1$、$1<C_2<R$の範囲をとることになるので、対象となる消費領域は図2-3の右下がり制約線の端点を除いた実線部分に限定されるであろう。従ってこの限定された領域に、事前的最適化によって決まる最適消費点が位置することになるであろう。

原点に対して凸の無差別曲線で表される一般的消費選好の場合には、先に論じた様な制約線の傾きがきつい状況を考えると、事前的最適消費点は相対的により少ないC_1とより多いC_2となるであろう。そしてこれは図2-1、2-2から明らかな様に、より高いG水準を選択するということである。しかしながら長期投資を完結した場合の収益率と中断した場合の収益率との関係だけでは、長期投資水準の選択には不十分である。なぜなら（2-3）式で示された効用関数の場合、原点に対して凸の無差別曲線が描け、その限界代替率と制約線の傾きとの均等が一階の最適条件であり、次の（2-5）式の様に表すことができるからである。限界代替率には各タイプとなる確率が関与する為に、



6

〈図2-3〉流動性リスクの下での最適消費選択

これらの値も事前的最適消費点の決定に大きく関与するのである。

$$-(dC_2/dC_1) \equiv \pi_1 u'(C_1)/\pi_2 u'(C_2) = (R-1)/(1-L) \quad \text{-------------} \quad (2\text{-}5)$$

３　金融証券の導入

3-1　タイプ１となった消費者の選択的行動と債券発行の可能性

前節では消費者間での取引を何ら考慮に入れない自給自足経済について考察した。本節以降では債券市場の存在を視野に入れて、消費者間での債券取引によって先の自給自足経済よりも経済効率性が改善されることを見ていく。まず考察される債券については、１期に発行・売買され２期に償還されると仮定される。財の数量で測った各期での債券価格を、１期ではP、２期では１とする。つまり１期ではP単位の財を提供することによって債券１枚が入手でき、２期ではその債券１枚が財１単位で償還される。従って、１期に財P単位を提供して債券を１枚保有し、２期での償還時に財1単位を得るわけであるから、債券保有の実質収益率は（1/P）となる。この実質収益率が１以上でなければ、即ち$P \leqq 1$でなければ、債券需要の結果は貯蔵技術による結果より劣ると考えられる。よって債券価格Pが１以下の時に債券需要の可能性が生じると考えられるが、この需要にはまず消費選好パターンが強く影響する。一方、債券発行についても、消費選好パターンの不確実性と債券発行による前倒し消費の可能性を考慮しなくてはならない。従って、債券の需給均衡価格の導出に関しては、債券需要と債券供給の背後にある各種の関係と消費者の選択的行動を厳密に検討する必要があると思われる。

モデルの仮定により消費者は、０期においては将来自分がどちらのタイプになるかを正確に判らない為に、$0<G<1$の長期投資水準Gを行うのであるが、本節からは１期での債券取引の可能性が考慮に入れられるので、１期にて消費者が選択できる行動の幅は広がるであろう。そこで消費者が目標期での消費量を最大化する為に、長期投資技術の継続あるいは中断の判断を、債券売買の可能性と絡めてどの様に行うかについて考えてみよう。

まず１期になってタイプ１であると判明した時に、消費者はどの様な行動をとるであろうか。この場合に、もし０期に行った長期投資Gを停止せず債券発行も全くしないならば、１期で可能な消費量は貯蔵量（1－G）より次の（3-1）式の様になる。

$$C_1 = (1-G) \quad \text{-------------} \quad (3\text{-}1)$$

また、この１期で長期投資Gを停止した時には、前節で論じた様に１期消費量は次の（3-2）式の様に表すことができる。

$C_1=(1-G)+LG=(L-1)G+1$ -------------- (3-2)

さらに、長期投資Gを１期で停止せずに、２期で実現するその長期投資の成果RGを２期での償還財源として、１期で債券発行することを考えるならば、２期では債券１枚と１単位の財が交換されることから、１期でRG枚の債券を発行できることになる。そしてこのRG枚の債券発行・売却によって、１期に於いてPRG単位の財を入手できるようになるので、０期からの財の貯蔵量（1－G）と合わせて考えると、１期での消費可能量は次の（3-3）式の様になり得る。

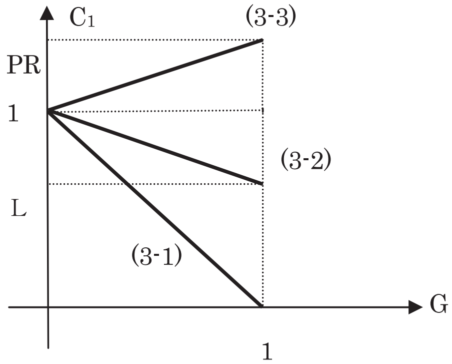
$C_1=(1-G)+P(RG)=(PR-1)G+1$ -------------- (3-3)

（3-1）式と（3-2）式との比較から明らかな様に、債券が存在しない場合には、長期投資を継続するよりも停止した方が、より多い１期消費を獲得できる。しかし債券発行の可能性を考慮に入れた場合には、(3-2)（3-3）式から明らかな様に、債券発行なしで長期投資を中断する場合と、債券発行して長期投資を中断しない場合での１期消費量の比較については、R、L、Pの水準に照らして判定しなくてはならない。そこで以下のA)～G）では、R, L等の所与の水準に対する債券価格Pの大小関係に基づいて、タイプ１となった消費者が長期投資の停止か継続について、そして債券発行等の有無について如何なる行動をとるかを考察することとする。そしてこれらの考察に基づいて、債券価格の各水準とそれに対応した債券発行量との関係を示す債券供給スケジュールを導出していく。

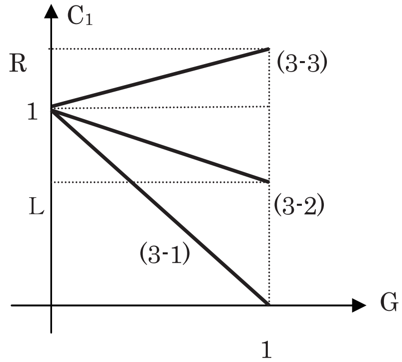
A）債券価格PがP＞1＞（1/R）＞（L/R）＞0の様な値であるならば、この場合はPR＞L＞0であるから、(3-1)（3-2)（3-3）式の比較により、長期投資を継続しかつ債券発行して１期に財を入手することが一番有利である。従ってタイプ１と判明した消費者は、債券価格がこの様な水準である場合には、長期投資を継続しつつ１期にて債券をRG枚発行するという選択をすることになる。上記の三つの式に基づいた長期投資量Gに対する１期消費量C_1のグラフは、PR＞1と1＞Lの仮定により、それぞれ図3-1に描かれている。

B）債券価格がP＝1の場合には、R＞1＞L＞0の仮定により、１期消費量が多い順に（3-3）(3-2)（3-1）式となる。これらの関係を図示したのが図3-2である。よってこの債券価格の場合でも先のP＞1のケースと同様に、タイプ１と判明した消費者は、長期投資を継続しながら１期にて債券をRG枚発行することになる。

C）債券価格Pが1＞P＞（1/R）＞（L/R）の様な値であるならば、即ちPR＞1＞Lならば、先の（3-2)（3-3）式より、長期投資を停止せずかつ債券発行をして財を入手することで、最も多い１期消費量が入手可能である。１期消費量と長期投資水準Gとの関係を示す（3-1）

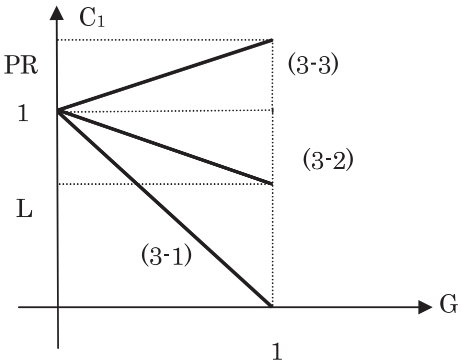


〈図3-1〉

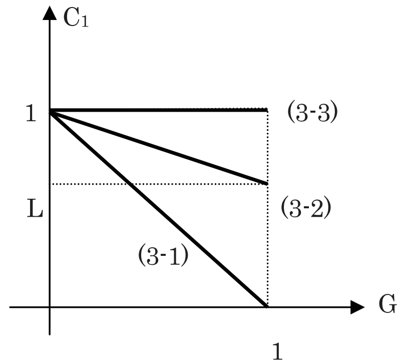


〈図3-2〉

(3-2)（3-3）式に対応した各グラフは、現在考えている債券価格についての条件によって、図3-3の様に表すことができる。この３本の直線グラフからも明らかなように、債券価格がこの様な値をとる場合には、タイプ１と判明した消費者は長期投資を継続しながら債券をRG枚発行することによって、最も高い１期消費量を確保できることが明白である。



〈図3-3〉



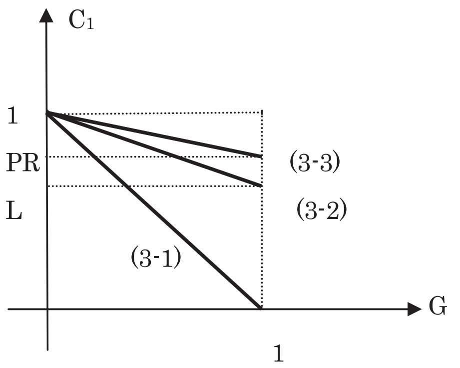
〈図3-4〉

D）もし債券価格がP=（1/R)、即ちPR＝1ならば、タイプ１であることが判明した消費者は、先の（3-1）(3-2）(3-3）式とL＜1の仮定より、長期投資の継続かつRG枚の債券発行を選択することによって､他の二つの手段を選択するよりもより高い１期消費の可能性を得る。ただしこの場合、１期消費量はGの水準に関係なく常に１となる。(3-1）(3-2）(3-3）式に対応した、任意の長期投資水準Gに関する１期消費量のグラフは、図3-4に表されている。

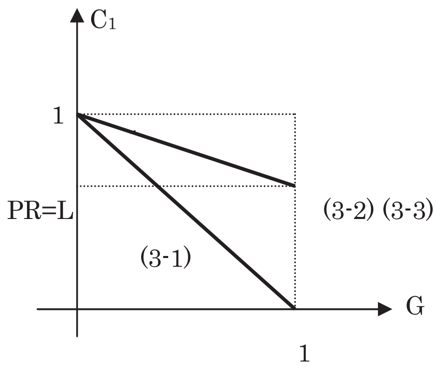
E）債券価格が1＞（1/R）＞P＞（L/R）＞0の様な範囲にあるならば、即ちR＞1＞PR＞L＞0

ならば、上記の三つの式より、長期投資Gを継続しかつ２期で実現するであろう長期投資の成果RGを償還財源として１期で債券をRG枚発行することによって、他の二つの手段よりもより高い１期消費量を得られる。現在考察している条件は1＞PR＞Lであるから、長期投資水準Gに対する１期消費量C_1の各グラフは、図3-5の様に描かれる。

F）債券価格がさらに低いP=（L/R）の場合には、PR＝Lであるから、(3-2)（3-3）式は一致して、長期投資の継続かつ債券発行の場合と長期投資の停止のみの場合では、達成可能な１期消費量の大きさが全く等しくなる。よってこの様な債券価格の時には、タイプ１であることが判明した消費者にとっては、債券をRG枚発行することと全く発行しないことに関して全く無差別である。そしてこれらは長期投資の継続のみの場合よりも、より高い１期消費をもたらす。これらの各ケースを図示したものが図3-6である。

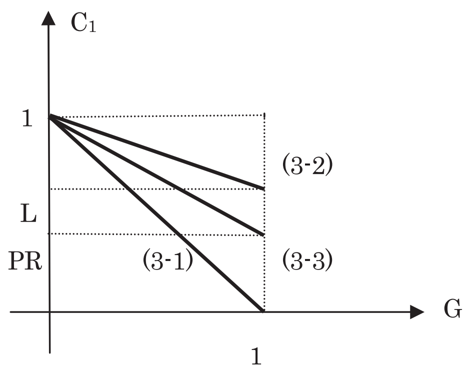


〈図3-5〉

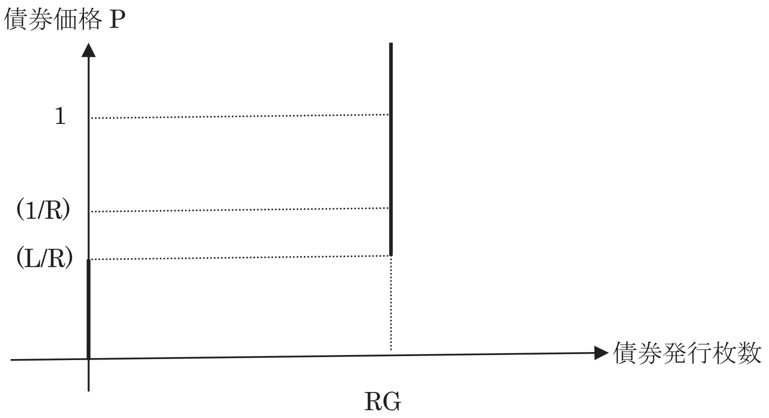


〈図3-6〉

G）最後にもし債券価格Pが1＞（1/R）＞（L/R）＞P＞0の様な値を取るならば、即ち1＞L＞PR＞0ならば、先の三つの式より、長期投資Gの継続かつ債券発行の場合や長期投資の継続のみの場合と比較して、長期投資を停止するだけの方が最も高い１期消費量を達成できるであろう。これら三つの手段でのGの各水準に対応した１期消費量の大きさのグラフは、図3-7の様に表すことができる。従って、債券価格がこの様な値である時には、明らかに債券発行枚数は０枚となる。



〈図3-7〉



図A　タイプ１と判明した消費者の債券発行スケジュール

3-2　債券供給スケジュールの導出

前節での考察から、０期で0＜G＜1の長期投資をし１期になってタイプ１と判明した消費者にとっての債券価格と債券発行枚数の関係は、図Aのグラフで描かれるであろう。

3-3　タイプ２になった消費者の選択的行動と債券需要の可能性

１期において自分がタイプ２であると判明した場合には、消費者は１期消費量には無関心となり２期消費量のみの最大化を目的とするようになる。この時、０期で実行した長期投資量Gと貯蔵量（1－G）の各々について、どの様な扱いをするであろうか。

まず長期投資量Gについては、その投資量をそのまま継続するだけか、１期で停止することで得られる財をそのまま貯蔵するか、あるいは１期で停止して得られた財を利用して債券購入するかという三つの選択肢がある。そして各選択によって可能となる２期消費量の水準については、次の様に考えることができる。まず長期投資Gをそのまま継続すると２期消費量をRGとすることができる。ただしそのRGを償還財源として、１期にて債券発行して財を得ることはありえない。なぜならその様な場合には、唯一もっとも必要とする２期消費量は０になってしまうし、またその選択によって得られる１期消費量に対しては、消費者は今や関心を持っていないからである。次に長期投資を１期で停止するという選択をすると、１期にてLG量の財が得られるが、今やタイプ２となった消費者にとっては１期消費は不必要であるのでこれを再貯蔵することで、２期消費量はLGとなる。最後に、長期投資の停止によって１期に実現するLG量の財を用いて、１期で債券を（LG/P）枚購入し、そしてそれを２期で償還してもらうことで、２期消費量を（LG/P）単位にすることができる。

同様に０期で行った貯蔵（1－G）についても、１期で如何なる処分の可能性があるかを

考えなくてはならない。今やタイプ２であることが判明しているので、これを１期で消費することはあり得ない。そこで（1－G）単位の財をそのまま１期から２期へ再貯蔵すると、これによる２期消費量は（1－G）単位となる。一方、（1－G）単位の財を用いて１期で債券を購入すると、(1－G)/P枚だけ購入でき、この購入した債券を２期で償還してもらうことによって、２期消費量を（1－G)/P単位とすることができる。

以上のことから、０期に行った長期投資Gと貯蔵（1－G）に関する１期での各取扱の結果として、両者を合計した２期消費量については、次の表で示される様に６通りの結果が考えられるであろう。

	（1－G）単位の財を再貯蔵	（1－G）単位の財で債券購入
G を停止＆貯蔵	LG+(1－G) ①	LG + (1－G)/P ②
G を停止＆債券購入	(LG/P) + (1－G) ③	(LG/P) + (1－G)/P ④
G を継続	RG + (1－G) ⑤	RG+(1－G)/P ⑥

① $C_2=(L—1)G+1$ ④ $C_2=(L/P-1/P)G+1/P$

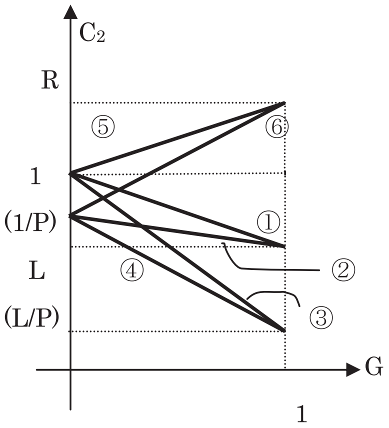
② $C_2=(L-1/P)G+1/P$ ⑤ $C_2=(R-1)G+1$

③ $C_2=(L/P—1)G+1$ ⑥ $C_2=(R-1/P)G+1/P$

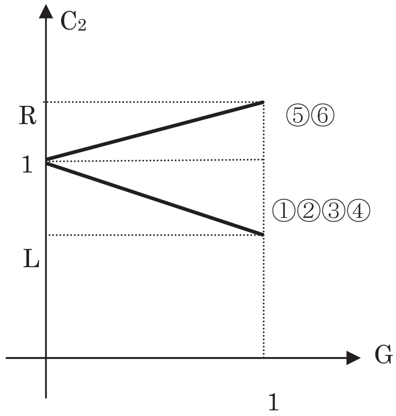
Gの任意水準に対して可能となる２期消費量については、所与のR, L水準に対する債券価格Pの相対的大きさに依存して、①～⑥の各場合での大小関係は異なる可能性がある。そこで前節の分析と同様に、最大の２期消費量の達成という観点から、債券価格Pの水準に対応した消費者の選択的行動とその結果としての債券需要について検討していくこととする。

A）債券価格PがP＞1＞（1/R）＞（L/R）＞0の時、任意の長期投資水準Gに対して可能な２期消費量の大きさを示すグラフは、図3-8の様に描くことができる。①③⑤のグラフについては、何ら追加的条件を必要とせずに確定的に描くことができる。しかしながら、(1/P）とLとの大小関係については詳しい条件が与えられていない為に、②④⑥のグラフについてはこのままでは確定的に描くことはできない。そこで便宜的仮定として（1/P）＞Lとすると、②④⑥のグラフを確定的に描くことができる。この様に仮定しても得られる結果には何ら影響しない。図3-8から明らかな様に、⑤のグラフが任意のG水準に対して最大の２期消費量をもたらし、よって長期投資を継続しかつ（1－G）単位の財を再貯蔵することで、最大の２期消費量を得ることができる。そしてその様な行動の結果として、債券価格が上記の様な値を取る場合には債券購入量は０となる。

B）もし債券価格がP＝1の時には、財をそのまま再貯蔵しても、それを用いて債券購入しても実態は全く同じである。これより図3-9で描かれている様に、任意のGに対して可能な２期消費量の大きさを表すグラフは、①②③④が一致しまた⑤⑥が一致する。そしてこれら



〈図3-8〉

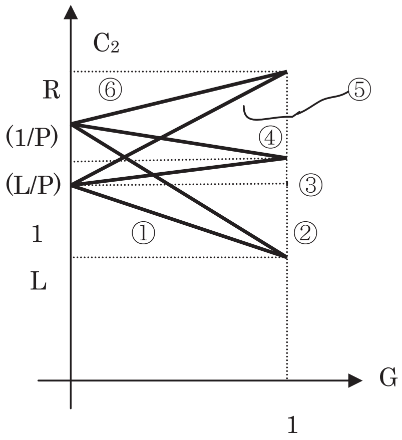


〈図3-9〉

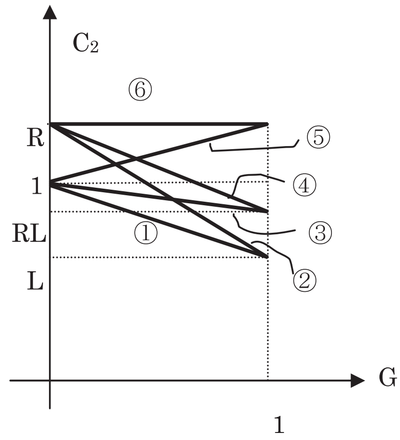
の位置関係より、債券価格が１の場合には、⑤か⑥の選択が最も高い２期消費量をもたらすことになる。従ってこの様な場合には、債券購入量を０枚とすることと、貯蔵した（1－G）単位の財を用いて債券を（1－G）/P=（1－G）枚購入することとの間で、消費者は無差別となる。

C）債券価格Pが1＞P＞（1/R）＞（L/R）＞0の場合について考える。この条件とL＜1の仮定により、明らかにR＞（1/P）＞（L/P）＞Lの関係が成立する。この為にまず、①②⑤⑥のグラフは図3-10の様に確定的に描くことができる。しかしながら、上記の不等式条件では（L/P）と１の大小関係が明らかではない為に、③④のグラフについてはこのままでは確定的に描くことができない。そこで便宜的仮定として（L/P）＞1とする。この様に仮定しても得られる結果には何ら影響しない。すると、③④のグラフは図3-10で描かれている通りとなる。以上の６本のグラフより、任意のGに対して可能な２期消費量の大きさは、⑥の様な選択をした時が最も高くなる。従って債券価格がこの様な範囲にある場合、消費者は貯蔵した（1－G）単位の財を用いて、債券を（1－G）/P枚購入することになる。

D）債券価格がP＝（1/R）の時には、①②⑤⑥の各グラフについては確定的に描くことができる。しかしながら③④のグラフに関しては、RLと１との大小関係が不明である為に、確定的に示すことができない。そこで便宜的仮定としてRL＜1と設定すると、③④のグラフも図3-11の様に描くことができる。この様な仮定を設けても得られる結果には影響しない。これらのグラフから明らかな様に、任意のG水準に対して可能な２期消費量の大きさは、⑥の場合が最も高い。従って長期投資はそのまま継続し、貯蔵された（1－G）単位の財を用いて１期にて債券を（1－G）/P=（1－G）R枚購入することによって、いかなる長期投資水準の場合でも常にC_2＝Rを達成できる。



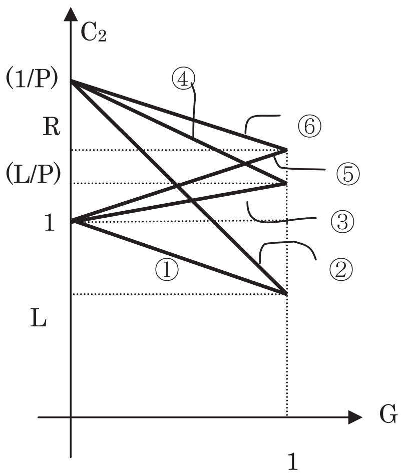
〈図3-10〉



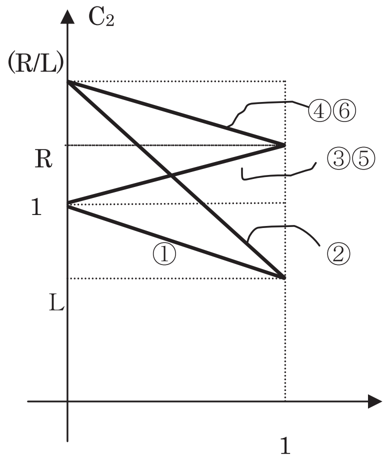
〈図3-11〉

E）債券価格Ｐが1＞(1/R)＞P＞(L/R)＞0の場合、この不等式条件は1＜R＜(1/P)＜(R/L)やＬ＜RL＜(L/P)＜Rとも表すことができるので、任意のGに対して可能な２期消費量の大きさを示すグラフは、図3-12の様に全て確定的に描くことができる。これら６本のグラフより、如何なるGの水準に対しても、⑥の場合が最も高い２期消費量をもたらすことになる。従って、債券価格Pがこの様な範囲にある時には、長期投資Gについては継続し、貯蔵した(1－G）単位の財を用いて１期において債券を（1－G）/P枚購入することになるであろう。

F）債券価格がP＝(L/R)の場合での任意のG水準に対する２期消費量の大きさは、④と⑥の場合が一致してC_2＝(R－R/L)G＋(R/L)となり、③と⑤の場合が一致してC_2＝(R－1)G＋



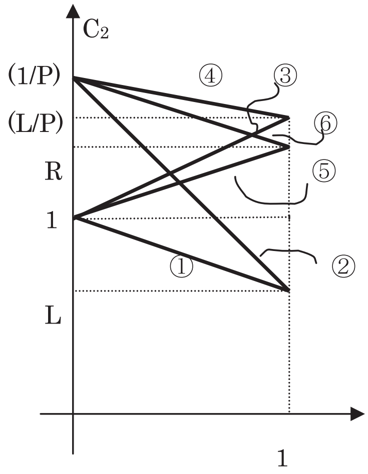
〈図3-12〉



〈図3-13〉

1となる。そしてこれら①〜⑥のグラフを図示した図3-13によると、明らかに④と⑥のケースが、どの様なＧの水準に対しても最も高い２期消費量をもたらすことになる。従って債券価格がこの様な水準の場合には、④に従って債券を{(LG/P)＋(1－G)/P}＝{RG+(1－G)(R/L)}枚購入することと、⑥に従って（1－G)/P＝(1－G)(R/L）枚購入することとの間で、消費者の選択は無差別となる。

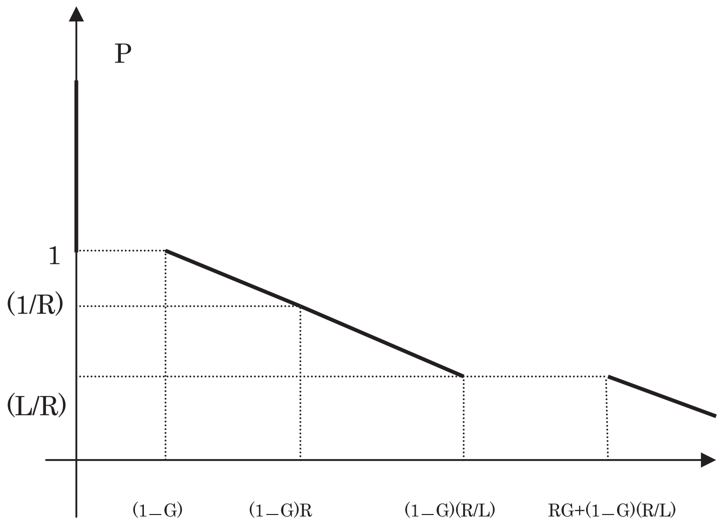
G）債券価格Pが1＞(1/R)＞(L/R)＞P＞0の場合について考える。この不等式条件から得られることは、1＜R＜(R/L)＜(1/P)、またはL＜RL＜R＜(L/P)＜(1/P)であることから、任意のG水準に対する２期消費量の大きさを示す①〜⑥のグラフは図3-14の様になる。明らかに④のケースが任意のG水準に対して最高の２期消費量をもたらす為、この結果として債券購入枚数は{(LG/P)＋(1－G)/P}枚となるであろう。



〈図3-14〉

3-4　債券需要スケジュールの導出

前節においては、債券価格Pが取り得る各範囲に対応して、タイプ２の消費者の選択的行動とそれによって決まる各債券需要量を導出した。これらの考察によって、タイプ２の消費者の債券需要スケジュールは図Ｂの様に描かれるであろう。



図B　タイプ２と判明した消費者の債券需要スケジュール

3-5 債券市場の需給均衡とパレート改善的結果

図Ａの債券発行計画と図Ｂの債券需要計画に基づいて、債券市場での均衡債券価格が決定されるであろう。しかしながら図Ａでの債券供給枚数RGと、図Ｂでの（1－G)、(1－G)R、(1－G)(R/L）等の債券需要枚数との大小関係が不明確な為に、これ等の債券需要・供給スケジュールから直接に均衡債券価格を見出すのは困難である。そこで以下においては、各債券価格帯での債券需要量と供給量を各々示し、その各価格帯で発生する状況に照らして、債券市場での均衡の可能性を探ることとする。

A）まず債券価格が最も低い価格帯：P＜(L/R）にある時には、図Aから債券発行枚数は０枚であるのに対して、図Bでの債券需要量は{RG+(1－G)(R/L)}枚より多い正値である。よってこの様な債券価格帯においては、債券市場は常に超過需要となり市場均衡が達成されることはない。

B）次に債券価格がP＝(L/R）の時には、図Aから債券発行枚数は０枚かRG枚のどちらかであり、図Bから債券需要枚数は（1－G)(R/L）枚か{RG+(1－G)(R/L)}枚のどちらかである。ここにおいて、債券発行量が０枚の時には、明らかに債券市場は超過需要状態となって市場均衡は達成されないであろう。また債券発行量がRG枚であっても需要量が{RG+(1－G)(R/L)}枚であるなら、この時も明らかに市場は超過需要状態である。それでは債券供給量がRG枚で債券需要量が（1－G)(R/L）枚であれば、どの様なことが考えられるであろうか。まずこの両方の数値については、大小関係を明確に示すことはできない。そこで債券市場での均衡が成立すると仮定したら、RG＝(1－G)(R/L）よりG=1/(L＋1）が得られる。このG水準とP＝(L/R）を（3-3）式に代入するとC_1=2L/(L+1)＜1となり、表の⑥に代入するとC_2=2R/(L+1)＞Rとなる[2)]。

C）債券価格Ｐが（1/R)＞P＞(L/R)＞0の場合、図Aから債券発行枚数はRG枚であり、図Bより債券需要枚数は（1－G)/P枚となる。すると需給均衡をもたらす均衡債券価格は、P*＝(1－G)/RGになると考えられる。しかしこの結果を(3-3)式に対応させるとC_1=2(1－G)となり、図3-5での（3-3）式のグラフと矛盾してしまう。又、このP*を表の⑥に代入すると、C_2=2RGとなり図3-12での⑥のグラフにも矛盾する。従って、この様なP*を債券市場の均衡価格と認めることはできないと思われる。

D）債券価格がP＝(1/R）の場合、図Ａより債券発行枚数はRG枚であり、図Bより債券需要枚数は（1－G)R枚となる。この時、債券市場の均衡についてどの様に考えられるであろうか。まずタイプ１であると判明した消費者は、長期投資を継続しかつ債券をRG枚発行す

2）この様な債券市場均衡の場合、１期と２期の消費量が確定されるだけでなく、０期に選択されるGの水準も決定されることになる。よって、消費者の事前的選好を表す無差別曲線と予算制約線による事前的最適化の議論は必要とされない。

ることで、Gのいかなる水準に対してもC_1=1を達成できる。たとえタイプ１にとっての効率的投資量がG=0であっても、不確実性が存在するが為に当初それを選択していなかったのであるが、１期での債券取引の可能性が開かれることによって、タイプ１にとってのベストな結果であるC_1=1を常に得られるのである[3)]。またタイプ２であると判明した消費者は、長期投資を継続しかつ１期で債券を（1－G）R枚購入することによって、Gの如何なる水準に対してもC_2=Rを達成できる。たとえタイプ２にとっての効率的投資量がG=1であっても、不確実性が存在するが為に当初それを選択していなかったのであるが、１期での債券購入の可能性が開かれていることによって、タイプ２にとってのベストな結果であるC_2=Rを常に得られるのである[4)]。そしてまた、この様な債券取引の可能性とそこでの均衡によって、０期でなされるGの水準はG=1/2と一義的に決定されることになる[5)]。

E）債券価格Pが1＞P＞（1/R）＞0の場合では、先のC）の場合と全く同じことが成立する為に、この様な価格帯においては債券市場の均衡や均衡価格を見出すことはできないと考えられる。

F）債券価格がP=1の場合には、図Aよりタイプ１の消費者による債券発行量はRG枚であり、図Bよりタイプ２の消費者による債券需要量は０枚か（1－G）/P＝（1－G）枚である。従って、債券需要量が０枚の場合には債券市場は超過供給となって均衡は成立しない。それでは、債券需要量が（1－G）枚の時はどうであろうか。この場合タイプ２の消費者は、価格P=1の債券を（1－G）枚買うことで２期消費量をC_2＝（R－1）G＋1とすることができる。しかしこのことは、当初の（1－G）単位の貯蔵を再貯蔵することと実質的に全く同じであり、ことさら債券を買う意義はあるとは思われない。一方タイプ１の消費者は、価格P=1の債券をRG枚だけ発行することで、１期消費量をC_1＝（R－1）G＋1とすることができる。よって債券を発行して２期で生じる長期投資の成果を１期に移すことで、メリットが得られると思われる。従ってタイプ２の消費者にとっては、価格P=1の債券の購入と不購入との間で完全に無差別であるが、タイプ１の消費者にとっては債券発行はメリットをもたらすので、RG＝（1－G）で示される債券市場の需給均衡が考えられる。そしてこの時の均衡債券取引量はG＝1/（R＋1）となり、これよりC_1＝C_2＝2R/（R＋1）が得られる[6)]。

G）債券価格がP＞1の時、図Aより債券発行枚数はRG枚となるが、図Bより債券需要枚数は０枚である。従って明らかに債券市場は常に超過供給となり市場均衡は存在しない。

以上、A）～G）において債券市場での均衡の可能性を考察してみた。そして市場均衡の

３）同じような不確実性がある時に、自給自足経済ではG=0を選択できず、よって図2-1の右下がり直線グラフの左端点であるC_1=1を達成できなかった。

４）同じような不確実性がある時に、自給自足経済ではG=1を選択できず、よって図2-2の右上がり直線グラフの右端点であるC_2=Rを達成できなかった。

５）この場合もまた、注2で論じたことと同じ状況が発生している。

６）この場合もまた、注2や注5で論じたことと同じ状況が発生している。

可能性があるのは、B）での債券価格P＝（L/R）で債券供給量RG、債券需要量（1－G）(R/L）の場合、D）での債券価格P＝（1/R）で債券供給量RG、債券需要量（1－G）Rの場合、そしてF）での債券価格P＝1で債券供給量RG、債券需要量（1－G）の場合の３通りであった。それではこれら全てが、債券を売買する双方が等しく望むベストな債券市場均衡の姿なのであろうか。このことについて検討する為に、これら各場合において達成される消費量を再度考察してみる。

まずB）の時には、各タイプの消費者の消費量は$C_1=2L/(L+1)<1$、$C_2=2R/(L+1)>R$となり、タイプ１の消費者が得られる消費水準はベストな水準を下回ることになる。またF）の時には$C_1=C_2=2R/(R+1)$であり、この値は$R>2R/(R+1)>1$である。よってこの場合には両タイプの消費者の消費水準が、ベストな水準を下回ることになる。一方D）の時には、各タイプの消費量は$C_1=1$、$C_2=R$となり、これらは第２節で論じた様に、両タイプの消費者にとって最高の消費水準である。以上のことから、異なる消費タイミングを持つ消費者間での債券取引で達成される均衡債券価格は、P＝（1/R）という一義的水準に限られることが明らかとなった。そしてまた流動性リスク下の環境であっても、金融証券をこの様な価格で取引するならば、自給自足経済での解よりもパレート優越的な結果が得られることが明らかになったのである。

４ おわりに

本稿においては､消費タイミングの不確実性に基づいた流動性リスクが存在する場合での、債券取引のパレート改善的役割とそこでの均衡債券価格を、消費者が長期投資技術の流動化や債券の購入・発行等の手段を最適に選択して行動することから導出した。この様な金融市場による結果は、自給自足解よりもパレート改善的ではあったが、パレート効率性を一般的に達成するものではない。これ故にDiamond&Dybig（1983）は、銀行による預金契約モデルを構築し、その様なシステムが社会的に最適な配分を達成し得ることを明らかにしたのである。しかしながらその結果は、銀行取付という非効率的な結果の可能性をも含んだ不安定性を持ったものであった。そしてモデルでのこの不安定性の存在こそが、このモデルのその後の多くの修正・拡充をもたらしたのである。

参考文献

Diamond,D.W and P.H.Dybvig(1983)“Bank Runs,Deposit Insurance,and Liquidity”
Journal of Political Economy91:P401-19

X.Freixas and J.C.Rochet (2008)“Microeconomics of Banking”2nd
MIT Press,Cambridge,MA,